

Beispiel 1: (v.a. 3. und 4. Semester) - fächerübergreifend mit GZ

Über jeder Seitenfläche eines Würfels mit der gegebenen Kantenlänge a wird eine regelmäßige Pyramide mit der Höhe h errichtet. Die Basis ist jeweils eine Würfel-seitenfläche.

- Konstruieren Sie eine axonometrische Darstellung für $a = h = 6$ cm. Dabei kennt man: $\langle x^p z^p \rangle = 105^\circ$, $\langle y^p z^p \rangle = 120^\circ$, $v_x = 1$, $v_y = \frac{5}{6}$, $v_z = \frac{11}{12}$; Ursprung in Blattmitte.
- Berechnen Sie allgemein bei gegebener Würfelkantenlänge a und Pyramidenhöhe h das Volumen und die Oberfläche des entstehenden Sternkörpers.
- Berechnen Sie den kürzesten Abstand zweier benachbarter Pyramidenspitzen.
- Wählen Sie speziell für $h = \frac{a}{2}$: Geben Sie Volumen und Oberfläche dieses neuen Körpers an. Zeigen Sie, dass je zwei angrenzende Seitenflächen benachbarter Pyramiden in jeweils einer gemeinsamen Ebene liegen. Um welchen speziellen Körper handelt es sich? Erläutern Sie, warum dieser Körper nicht zu den PLATONischen Körpern zählt.
- Geben Sie mindestens zwei Beweise für den in diesem Beispiel oft verwendeten Lehrsatz von PYTHAGORAS an!

Beispiel 2: (1., 2. und 3. Semester)

Ein Sehnenviereck ABCD mit Umkreisradius $r = 7$ cm und Mittelpunkt $M(0/0)$ ist zu konstruieren, von dessen Eckpunkten folgendes bekannt ist:

- Von $A(x>0/y>0)$ aus erscheint die Strecke $PQ[P(0/5), Q(0/-5)]$ unter 60° .
- $B(x>0/y<0)$ liegt von A und der y-Achse gleich weit entfernt.
- $C(x<0/y<0)$ liegt auf der Tangente von A an den Kreis $k[M(0/-3,5), r = 3,5$ cm].
- D soll so gewählt werden, dass der Flächeninhalt des gesamten Vierecks ABCD maximal wird.

Formulieren und beweisen Sie den Satz vom Peripherie- und Zentriwinkel, auf den die Konstruktionen a) und c) aufbauen.

Begründen Sie die Konstruktion der Punkte B und D ausführlich!

Überprüfen Sie zahlenmäßig den für Sehnenvierecke kennzeichnenden Satz über die Innenwinkel und beweisen Sie ihn.

Überzeugen Sie sich durch Abmessen der Längen gegenüberliegender Seiten, dass dieses Viereck kein Tangentenviereck sein kann. Wie lautet ein entsprechender Satz?

Beispiel 3: (1., 2. und 3. Semester)

Das Dreieck $ABC[A(4/3), B(7/5), C(2/9)]$ ist gleichschenkelig!

- Beweisen oder widerlegen Sie diese Aussage rechnerisch (ohne Verwendung von Winkelfunktionen)!
- Konstruieren Sie dann für dieses Dreieck die Hintereinanderausführung der Axialspiegelungen an den Achsen $p[I((4/0), II(-4/9)]$ und $q[I, III(-4/-2)]$. Wählen Sie den Ursprung in Blattmitte!
- Beweisen Sie, dass diese Hintereinanderausführung durch eine Drehung ersetzt werden kann. Geben Sie Drehwinkel (orientiert!) und Drehmitte an.
- Erläutern den Zusammenhang zwischen der Verknüpfung von Axialspiegelungen und einer Drehung bzw. einer Schiebung. Beweisen Sie die behaupteten Zusammenhänge und geben Sie eine (blattfüllende) koordinatenmäßige Angabe, bei der ein Quadrat (nicht achsenparallel!) zweimal gespiegelt wird, sodass dasselbe Ergebnis wie bei einer Schiebung gefunden werden kann!
- Erläutern Sie die Entstehungsmöglichkeit und Einteilung von Bandornamenten mit Hilfe der Kongruenzabbildungen. Geben Sie mindestens drei verschiedene Typen von Bandornamenten grafisch an.